

2021 年度国家自然科学基金专项项目

——几何中非线性偏微分方程

自然规律往往是用微分方程来表述的，而普适的广义协变原理要求描述自然规律的微分方程应与参考系的选择无关（即，这些微分方程应当是几何的）。如广义相对论中的爱因斯坦场方程将引力解释为时空弯曲；规范场理论中的 Yang-Mills 方程将弱相互作用解释为纤维丛的联络等。在基础科学中，几何中非线性偏微分方程的研究有着基本的重要性。

几何学自身发展也提出了如典则度量，Ricci 流等偏微分方程。近半个多世纪以来几何学的许多重大进展都是通过几何中偏微分方程的研究带来突破。例如，Calabi 猜想的解决（1982 年菲尔兹奖），四维流形的微分结构（1986 年菲尔兹奖），三维流形的完全分类（2006 年菲尔兹奖）及黑洞的坚实预言（2020 年诺贝尔奖）等。

为落实习近平总书记关于“力争实现我国整体科技水平从跟跑向并行、领跑的战略性转变”的重要论述精神，发挥国家自然科学基金面向国际学术前沿，支撑基础研究的作用，现启动“几何中非线性偏微分方程”专项项目，将围绕几何学和偏微分方程开展基础科学研究。

一、科学目标

本专项项目旨在围绕流形的几何与拓扑、时空的大范围结构等基本性科学问题，发展几何偏微分方程理论。探讨黎曼几何和复几何中典则度量的存在性、正则性及流形分类等；理解爱因斯坦场方程奇点的表征和解的大尺度行为；完善和发展涉及共形几何、仿射几何、凸几何和最优传输等领域的完全非线性偏微分方程理论。

二、拟资助研究方向和研究内容

（一）典则度量及相关问题（申请代码 1 选择数理科学部 A01、A03 下属代码）

围绕 Kaehler 几何中的极值度量，Hermitian 几何中的典则度量及向量丛上的 Hermitian-Einstein 度量等展开研究（核心科学问题，如极值度量的存在性与代数几何稳定性之间的关系，能否给出极小化模型纲领（minimal model program）一个解析论证等）；通过典则分解等手段理解四维流形的拓扑结构（核心科学问题，如四维正截面曲率流形的分类，四维光滑 Poincare 猜想等）；研究等距嵌入的实现问题，调和映射、与近复结构相关的几何刻画及几何刚性等。

（二）数学广义相对论（申请代码 1 选择数理科学部 A01、A03 下属代码）

对广义相对论中爱因斯坦场方程及相关的数量曲率问题开展深入的研究。理解爱因斯坦场方程奇点的本质（核心科学问题是奇性的产生机制和奇点的刻画）；探讨解的大尺度行为（核心科学问题，如黑洞的结构，弱宇宙监督假设，引力波的数学理论等）；研究时空的拟局部质量（核心科学问题之一是非时间对称的 Penrose 不等式）。

（三）完全非线性偏微分方程（申请代码 1 选择数理科学部 A01、A03 下属代码）

对出自共形几何、仿射几何、凸几何和最优传输等领域的 σ_k 、 Q -曲率方程，曲率流及 Monge-Ampere 型方程等展开存在性、唯一性、正则性及渐近性态等方面的研究，完善和发展完全非线性偏微分方程理论，解答背景领域的科学问题。

三、资助计划

本专项项目资助期限为 5 年，申请书中的研究期限应填写“2022 年 1 月 1 日-2026 年 12 月 31 日”。计划资助 5-6 项，直接费用平均资助强度为 400 万元/项左右。

四、项目遴选的基本原则

申请人应根据项目指南公布的拟资助研究方向和拟解决的核心科学问题，自行拟定项目名称、科学目标、研究内容、关键科学问题、技术路线及相应的研究经费等。

五、申请要求及注意事项

（一）申请条件

本专项项目申请人应当具备以下条件：

1. 具有承担基础研究课题的经历；
2. 具有高级专业技术职务（职称）；

在站博士后研究人员、正在攻读研究生学位以及无工作单位或者所在单位不是依托单位的人员不得作为申请人进行申请。

（二）限项申请规定

1. 本专项项目申请时计入高级专业技术职务（职称）人员申请和承担总数 2 项的范围。
2. 申请人和参与者只能申请或参与申请 1 项本专项项目。

3. 申请人同年只能申请 1 项专项项目中的研究项目。

（三）申请注意事项

1. 本专项项目申请书采用在线方式撰写。对申请人具体要求如下：

（1）申请人在填报申请书前，应当认真阅读本申请须知、本项目指南和《2021 年度国家自然科学基金项目指南》的相关内容，不符合项目指南和相关要求的申请项目不予受理。

（2）本专项项目旨在紧密围绕几何中非线性偏微分方程，集中国内优势研究团队进行研究，成为一个专项项目集群。申请人应根据本专项项目拟解决的具体科学问题和项目指南公布的拟资助研究方向，自行拟定项目名称、科学目标、研究内容、关键科学问题、技术路线和相应的研究经费等。

（3）申请人登录科学基金网络信息系统 <https://isisn.nsfc.gov.cn/>，按照撰写提纲及相关要求撰写申请书。

（4）申请书中的资助类别选择“专项项目”，亚类说明选择“研究项目”，附注说明选择“科学部综合研究项目”，申请代码 1 应当按照拟资助研究方向后标明的代码要求选择数理科学部相应的申请代码。以上选择不准确或未选择的项目申请将不予受理。申请项目名称可以不同于研究方向名称，但应属该方向所辖之内的研究内容。每个专项项目的依托单位和合作研究单位数合计不得超过 3 个；主要参与者必须是项目的实际贡献者，不超过 9 人。

（5）请按照“专项项目-研究项目申请书撰写提纲”撰写申请书时，请在申请书正文开头注明“2021 年度专项项目几何中非线性偏微分方程之研究方向：XXX（按照上述 3 个研究方向之一填写）”。

申请书应突出有限目标和重点突破，明确对实现本专项项目总体科学目标和解决核心科学问题的贡献。

如果申请人已经承担与本专项项目相关的其他科技计划项目，应当在申请书正文的“研究基础与工作条件”部分论述申请项目与其他相关项目的区别与联系。

（6）申请人应当认真阅读《2021 年度国家自然科学基金项目指南》中预算编报须知的内容，严格按照《国家自然科学基金资助项目资金管理办法》《关于国家自然科学基金资助项目资金管理有关问题的补充通知》（财科教〔2016〕19 号）以及《国家自然科学基金项目资金预算表编制说明》的要求，认真如实编报《国家自然科学基金项目资金预算表》。

（7）申请人完成申请书撰写后，在线提交电子申请书及附件材料。

（四）其他注意事项。

1. 为实现专项项目总体科学目标，获得资助的项目负责人应当在项目执行过程中关注与本专项其他项目之间的相互支撑关系。

2. 为加强项目之间的学术交流，本专项项目集群将设专项项目总体指导组和管理协调组，并将不定期地组织相关领域的学术研讨会。获资助项目负责人必须参加上述学术交流活动，并认真开展学术交流。